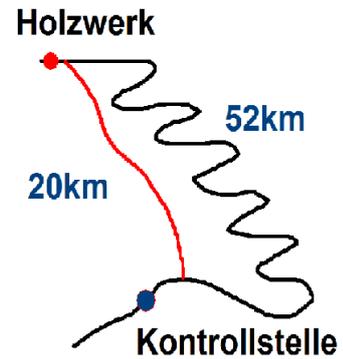


Wie Mathe Kriminalfälle löst

Auf dem Tiroler Streckenteil über den Arlbergpass hat sich ein Unfall mit Fahrerflucht ereignet. Verdächtig wird der Fahrer eines Holztransporters. Er soll eine Kurve so geschnitten haben, dass sich ein entgegenkommender PKW nur in den Graben retten konnte. Der Sachschaden ist beträchtlich. Hinter der Passstraße – 52 km vom Sägewerk entfernt – wird der Fahrer an einer Kontrollstelle gestoppt.

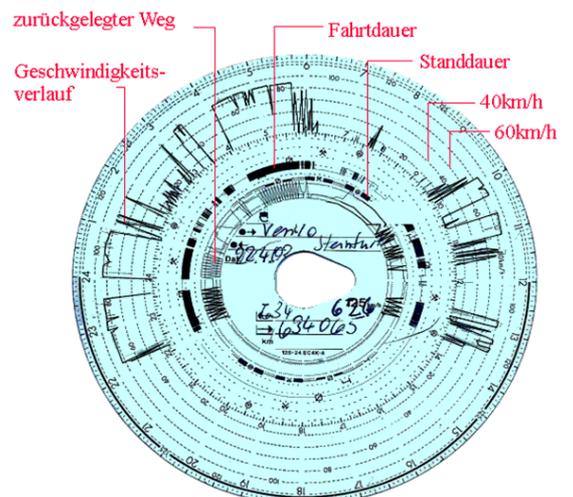
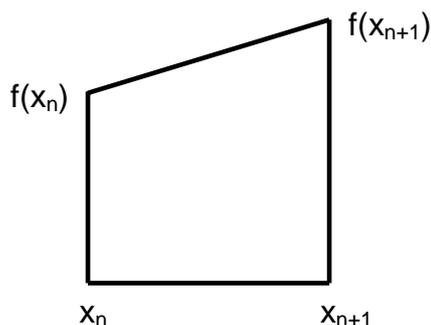


Dr. Know kennt sich aus mit den physikalischen Zusammenhängen zwischen Weg, Zeit und Geschwindigkeit. Er bekommt von seinem Bruder den Fahrtschreiber. Der funktioniert wie ein schreibender Tachometer. Dabei entsteht eine Geschwindigkeits-Zeit-Kurve.

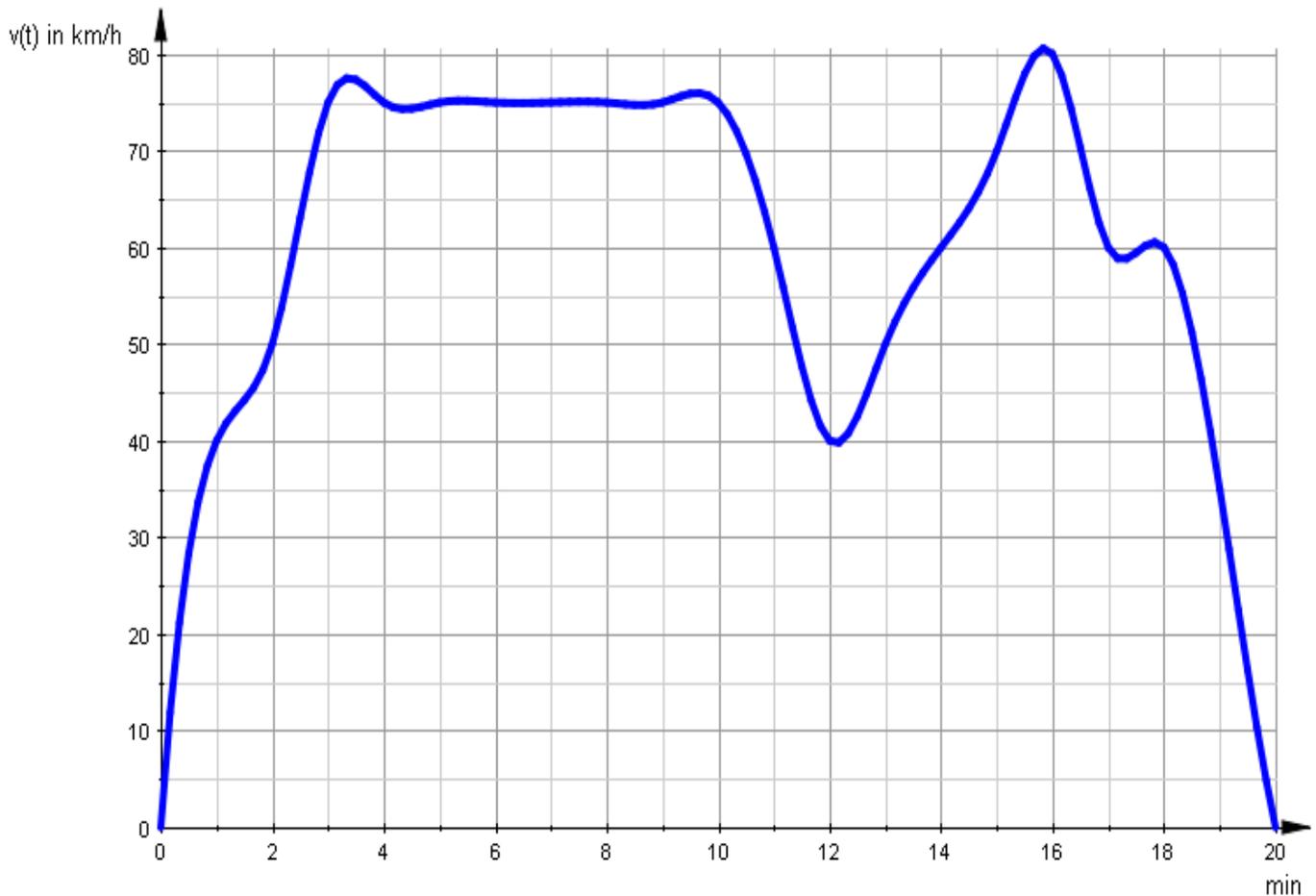


Aufgaben:

1. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Trapezes?



2. In dem unten abgedruckten Bild finden Sie die Daten des Fahrtenschreibers in das übliche (x,y)-Koordinatensystem übertragen. Berechnen Sie die Fläche unter der Kurve, indem Sie 20 Trapezflächen (mit der Grundseite 1) aufsummieren. Hat der Fahrer Unrecht, oder können Sie seine Aussage bestätigen?



3. Zeigen Sie: Teilt man das Intervall $[a,b]$ in n gleiche Teile mit $h = \frac{b-a}{n}$, dann erhalten wir folgende Näherungsformel (Trapezsumme)

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \cdot (f(x_0) + 2 \cdot f(x_1) + 2 \cdot f(x_2) + \dots + 2 \cdot f(x_{n-1}) + f(x_n))$$

Wenden Sie die Trapezsumme auf $\int_0^4 x^2 dx$ mit $n = 8$ an.

4. Ohne Beweis: Der Fehler wird höchstens $\frac{(b-a)^3}{12 \cdot n^2} \cdot \max |f''(x)|$.

Wie viele Trapeze muss man aufsummieren, damit der Fehler des Integrals höchstens $\varepsilon = 0.001 = 10^{-3}$ wird? Wie viele Trapeze benötigt man für $\varepsilon = 0.000001 = 10^{-6}$?